

★平面上の運動方程式

実験1 定規を使って2つの硬貨を同時に机から落とす。この時起こる現象について考察する。



問1 硬貨の落下の仕方を比較し、どのような物理現象が背景にあると考えられるか、日本語で説明せよ。

問2 問1で考えた内容を、数式にまとめよ。必要な物理量は、自由に設定して良い。

問3 物体に力がはたらくとき、2次元平面上(3次元空間上)ではどのように物体の運動に影響を及ぼすと考えられるか。重力を例にして考えよ。

【チャレンジ】

地面からボールを投げる時、斜め 45° で投げると最も遠くまで飛ぶと言われている。このことについて説明せよ。

★運動量

前回の実験で困ったこと ⇒ 定規のしなりどうする？初速度がわからない！でも加えた力がわからない！
⇒ 運動を考察するうえで、別のアプローチを考える！

○衝突時間が短いときの運動方程式

問1 質量 m の物体に、**とても短い時間 Δt** の間に大きさ F の力が加わると、速さが v_0 から $v_0 + \Delta v$ に変化した。
運動方程式を利用して、 Δv を求めよ。

問2 前回と同じく、定規で硬貨をはじいて机から硬貨を落とす。このときに定規から硬貨に与えられた力積を測定せよ。また、この実験を行うことによって何か定規の性質についてわかることがあれば、自由にまとめよ。

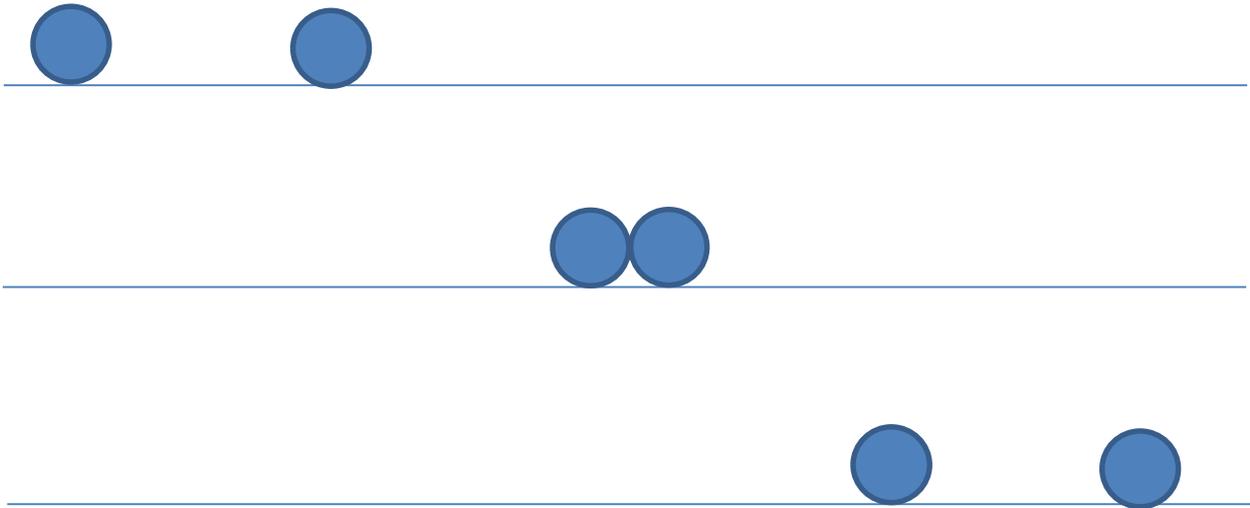
○運動量

運動量…力積によって変化した物体の運動状態をあらわす量（物体の運動の勢いをあらわす）

問1 衝突球の衝突を観察して、運動量についてわかることを書き出せ。

注意！ 必要以上に動かして、壊すことがないように！

問2 衝突球の観察結果を参考にしながら、二つの物体が衝突したとき、その前後で運動量の変化がどうなっているか述べよ。ただし、衝突は一瞬で終わるとみなしてよい。



○練習問題（運動量保存）

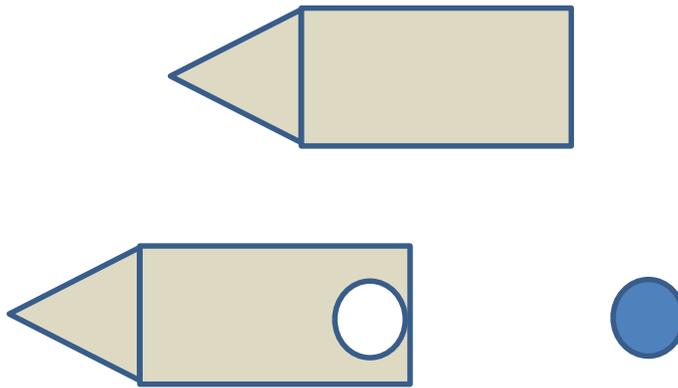
問1 天井に糸の一端を固定し、他端に質量 M の木片をつるす。水平方向から質量 m の弾丸が速さ v で木片の中心に命中し、弾丸は木片の中に止まり、両者一体となって運動を始めた。重力加速度の大きさを g とする。

(1) 一体となった直後の速さを V を求めよ。

(2) 木片はどれだけの高さまで上がるか。最下点からの高さ h を求めよ。

問2 なめらかな水平面上に静止している台車 A に乗っている人が、荷物をのせて静止している台車 B を水平方向に押し出したところ、台車 B と荷物は一体となって 1.5m/s の速さで進んだ。台車 A と人の合計質量が 60kg 、台車 B と荷物の合計質量が 10kg であるとき、台車 A と人が一体となって台車 B と反対向きに動く速さ v を求めよ。

問3 ロケットは、運動量保存の法則に従って運動している。



質量 M のロケットから、質量 Δm の燃料を瞬間的に後方にロケットから見て速さ u で噴出した。噴射後のロケットの速さの増加量 ΔV を求めよ。ただし、 $\Delta m \times \Delta V$ の項は微小な変化なので無視してよい。また、この噴出が短い時間 Δt の間に終わったとすると、運動方程式はどのようにになると予想できるか。

★反発係数

物体が衝突する前後での速さの比

実験

◆スーパーボールと机の間の反発係数を求めよう。

理論・方法（誰が見ても、実験を再現して確認できるように書く）

考察

★衝突と運動エネルギー

○重心速度

重心…重力の作用点

問1 質量 m_1 の物体1と、質量 m_2 の物体2が、それぞれ速度 \vec{v}_1, \vec{v}_2 で運動している。2つの物体の重心の速度はどのように求まるか？

問2 問1のあと、それぞれの物体が衝突して速度が \vec{v}'_1, \vec{v}'_2 となった。衝突の前後で2つの物体の重心の速度はどのように変わっているか？理由を含めて答えよ。

○重心系…重心を原点とした座標系

(対義語：実験室系)

○衝突と運動エネルギー

問3 質量 m_1 の物体1と、質量 m_2 の物体2が、直線上をそれぞれ速さ v_1 、 v_2 で運動している。この物体全体の運動エネルギーを重心系から見た場合と、実験室系から見た場合で比較しよう。

問4 質量 m_1 の物体1と、質量 m_2 の物体2が、直線上をそれぞれ速さ v_1 、 v_2 で運動している。この物体が衝突を起こしたとき、衝突の前後での運動エネルギーの変化量 ΔK を、求めよう。2つの物体の間の反発係数を e とする。

★剛体にはたらく力

○力のモーメントと剛体のつりあい①

剛体・・・

rigid body

質点・・・

mass point

《実験》 棒の回転

◆ 準備

棒 (50cm 木製ものさし)、ばねばかり、スタンド、おもり A(大)・B(小)、糸、はさみ

◆ 方法

- ① 50cm 木製ものさしに糸をつけて、ばねばかりでものさしの質量を測るとともに、棒が傾かずにつりあう位置 G (重心) を確認する。
- ② 重心 G で吊るしたもののさしが水平になるように、重心 G の両側におもり A とおもり B を吊るし、棒が水平になるようにする。重心 G からおもり A までの距離 (a_2)、重心 G からおもり B までの距離 (b_2) とばねばかりの値を確認する。
- ③ 重心 G から離れた位置 (支点 P) で吊るしたもののさしが水平になるように、おもり A を吊るす。支点 P からおもり A までの距離 (a_3)、支点 P から重心までの距離 (d_3) とばねばかりの値を確認する。
- ④ 重心 G から離れた位置 (支点 P) で吊るしたもののさしが水平になるように、支点 P の両側におもり A とおもり B を吊るす。支点 P からおもり A までの距離 (a_4)、支点 P からおもり B までの距離 (b_4)、支点 P から重心までの距離 (d_4) とばねばかりの値を確認する。
- ⑤ 重心 G から離れた位置 (支点 P) で吊るしたもののさしが水平になるように、支点 P の同側におもり A とおもり B を吊るす。支点 P からおもり A までの距離 (a_5)、支点 P からおもり B までの距離 (b_5)、支点 P から重心までの距離 (d_5) とばねばかりの値を確認する。

◆ 結果

①



ばねばかりの値

重心 G の位置

②

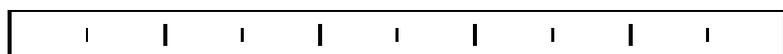


ばねばかりの値

a_2

b_2

③

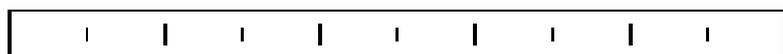


ばねばかりの値

a_3

d_3

④



ばねばかりの値

a_4

b_4

d_4

⑤



ばねばかりの値

a_5

b_5

d_5

◆ 考察

① おもり A(大)・B(小)とものさしの質量はいくらか。

おもり A(大)の質量 m_A

おもり B(小)の質量 m_B

ものさしの質量 M

② 重心とはどのように考えることができる点であるか。

③ a_2 、 b_2 と m_A 、 m_B とはどういう関係になっているか。

④ a_3 、 d_3 と m_A 、 M とはどういう関係になっているか。

⑤ a_4 、 b_4 、 d_4 と m_A 、 m_B 、 M とはどういう関係になっているか。

⑥ a_5 、 b_5 、 d_5 と m_A 、 m_B 、 M とはどういう関係になっているか。

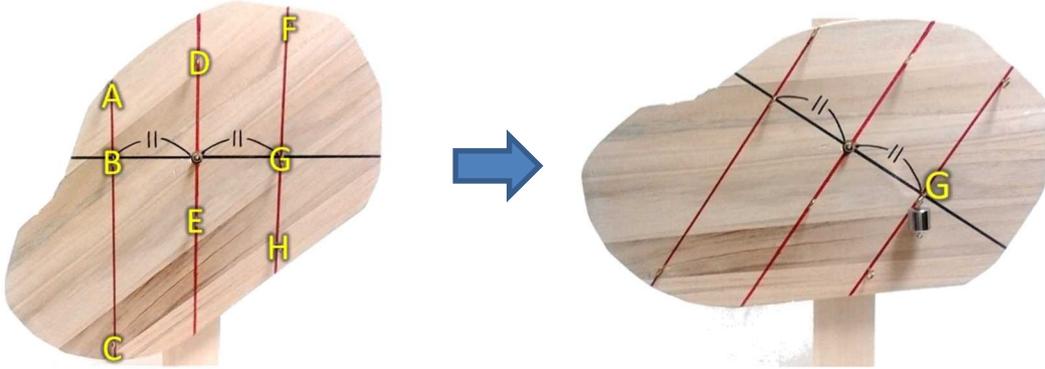
⑦ ものさしを回転させようとする能力(力のモーメント)の大きさはどのように考えることができるか。

⑧ ものさしが静止しているためにはどのような条件を満たしている必要があるか。

出席番号 () 氏名 ()

○力のモーメントと剛体のつりあい②

図のような剛体に、おもりを吊るす。G のフックにおもりを吊ると、図のようになった。



- (1) 最初の状態から、剛体の重心の位置はどここの直線状にあると考えられるか。
また、G を吊るした後の全体の重心はどこにあると考えられるか、図示してみよう。

- (2) G と B におもりを吊るした。
剛体はどのように静止するか？

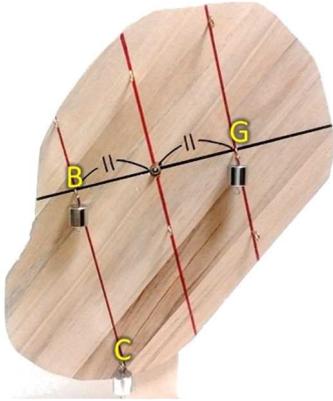
- (3) G と C 1 におもりを吊るした。
剛体はどのように静止するか？

- (4) G と A におもりを吊るした。
剛体はどのように静止するか？

- (3) (2) から (4) の結果から、どのようなことがわかるか？

(6) BとCとGにおもりを吊ると、図のようになった。

AとBとGにおもりを吊ると、剛体はどのようになるか？なぜそうなると考えたか説明しよう。



(7) A、B、G、Hにおもりを吊るした。
剛体はどのように静止するか？

(8) A、B、C、G、Hにおもりを吊るした。
剛体はどのように静止するか？

(10) すべてのフックにおもりを吊ると、
剛体はどのようになるか？

まとめ

力のモーメント

。

回転しないための条件

○力の合成（質点 ver.）

○力の合成（剛体 ver.）

問1 次のように物体に複数の力がはたらくとき、その合力の大きさと作用点はどのように求めればよいだろうか？

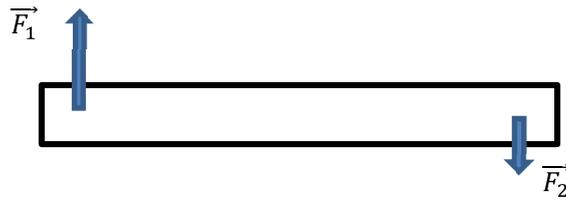


問2 問1と質点 ver を参考に、次のように物体に複数の力がはたらくときの合力の大きさと作用点を求めよう。
(ヒント:力の分解・合成をうまく活用しよう)

(1)



(2)



○力のつりあい（剛体 ver）

問1 次の2つの力に、全部の力がつりあうように、もう1つ力を書き加えよう。また、剛体にはたらく力がつりあう条件を考えよう。



○スプリンクラー

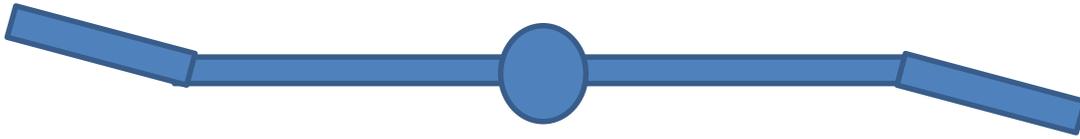
問1 散水スプリンクラーは、電気を使わずに回転している。次の状態で、それぞれどのようなことが起こっていると考えられるか、具体的に考えてみよう。

(1) 止まっている状態から回転を始めるとき

(2) 一定の速度で回転しているとき

問2 (チャレンジ)

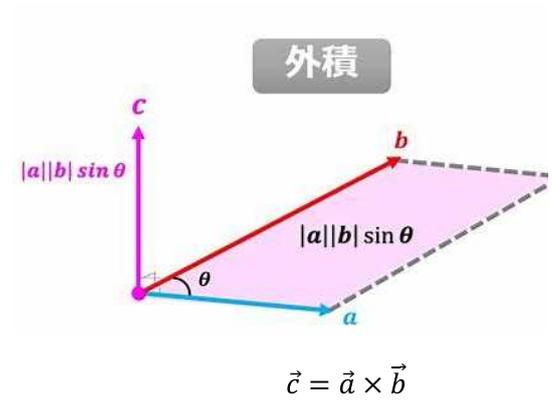
図に示すスプリンクラーは、毎分 20L の水を噴出する。噴出ノズルは水平に対して 15° 傾いているとして、この回転を止めるためには、どのような力のモーメントを加える必要があるか。



★角運動量と力のモーメント

角運動量・・・物体の回転運動を表す物理量

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$



物体にはたらく外力の力のモーメントが0のとき → 角運動量が保存する

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$$



問 物体に力がはたらいているときにも角運動量が保存するときがある。このとき、物体にどのような力がはたらいて、どのような運動をするだろうか？

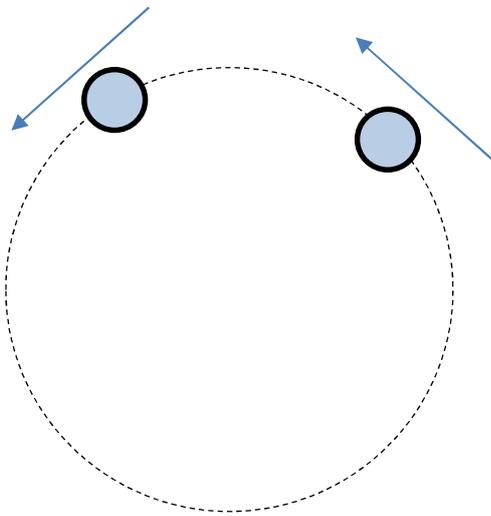
★角運動量が保存する運動

① 中心力の大きさが一定の場合 ⇒



問 この運動を記述したい。どのような物理量があるとその運動を説明できるだろうか？

問 速度・加速度について、計算せよ。



★探究活動

フィギュアスケートの選手のスピンは、角運動量保存が関係している。このように、身の回りの身体動作のなかで、角運動量と円運動が関係している場面は多い。どのように関係しているか考え、モデルを作って実験して確かめよ。

レポート課題

提出日 10/21 (金)

実験などの期間 10/5 (水)

書くべき項目

① タイトル・要旨

要旨は、最後にかけば OK です。レポート全体がパラグラフライティングで描けている場合、トピックセンテンスをつなげれば、だいたい要旨になっています。

② はじめに

観察の結果の説明・証明したいことの記述（仮説）

③ 実験方法

誰が見ても再現できるように

④ 結果

データを用いて示す

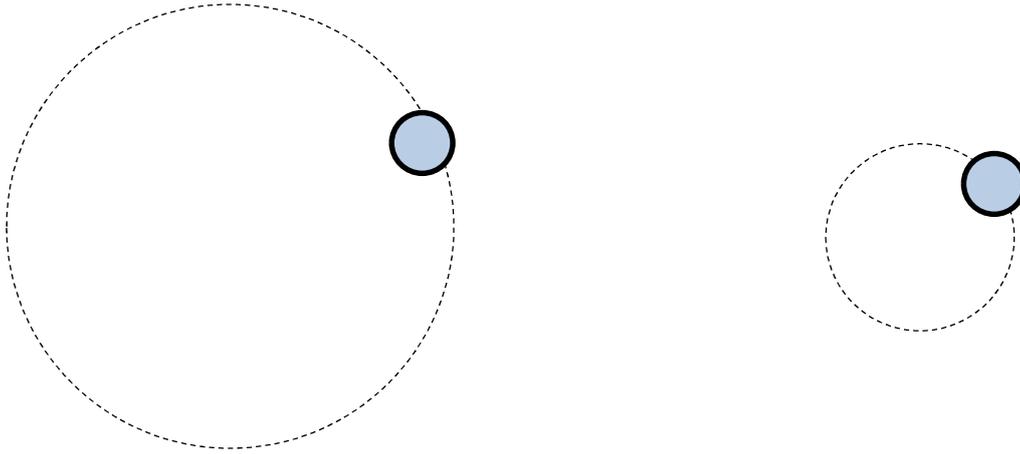
⑤ 分析・考察

今回は、分析がメインになるかと思います。統計的な処理もしながら、結果が妥当かを示してください。

⑥ 結論

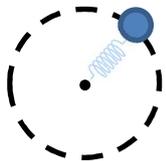
簡潔に、結論を書いてください。

○等速円運動と角運動量保存



○等速円運動の運動方程式

問 自然長 l [m]、ばね定数 k [N/s]のばねに質量 m [kg]のおもりをつけ、多端を固定して水平面上で円運動させた。角速度が ω [rad/s]のときのばねの伸びのを求めよ。



○中心力の大きさが変わる場合

○万有引力の法則



○万有引力のエネルギー



○万有引力と重力加速度

練習問題

問1 地球の半径を R [m]とする。地球の周辺ぎりぎりを等速円運動する人工衛星の速さを、等速円運動の運動方程式から求めよ。

問2 地球の表面から、真上にロケットを発射させる。このロケットが無限遠に到達するための条件を求めよ。

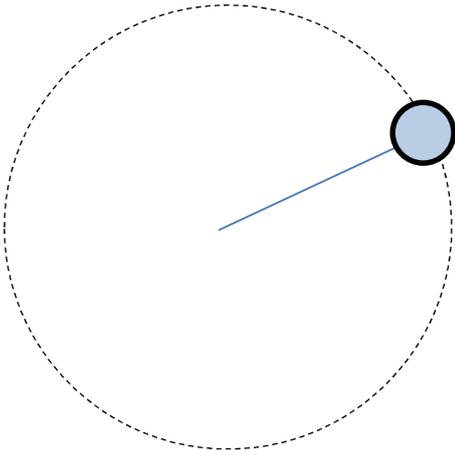
○天動説と地動説

《活動》

天体の運動も、万有引力によって引き起こされてる。そもそも、万有引力は、惑星の運動をもとに発見された。この過程を、天動説と地動説に着目して、まとめよう。

○角運動量が保存しない運動

例：鉛直平面内の円運動



問1 この運動は角運動量が保存していない。任意の点での角運動量の大きさを計算して、確かめよ。

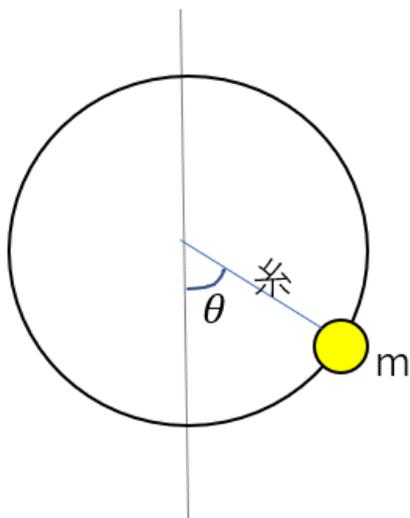
拘束

問2 任意の点において運動方程式を考えたい。加速度ベクトル \vec{a} を、 r 、 θ で表せ。

問3 運動方程式を書け。

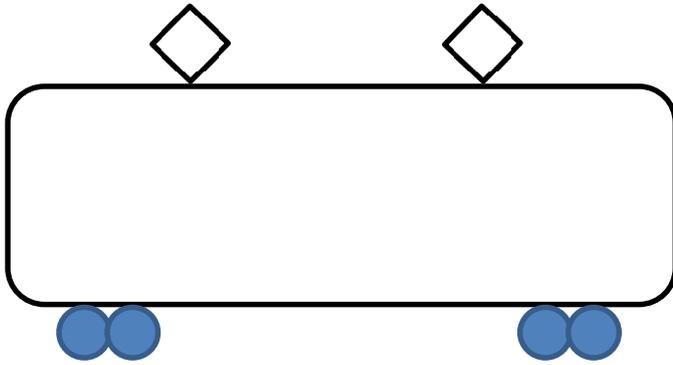
練習問題

図のように、質量 m の物体に糸がつけられている。最下点から初速 v_0 を与えると円運動した。鉛直方向からの角度を θ とする。ただし、 θ は反時計回りを正とし、重力加速度の大きさは g とする。また、円軌道の半径を r とする。



- (1) 角度 θ のときの物体の速さを求めよ
- (2) 角度 θ のときの糸の張力の大きさ T を v を用いて表せ。
- (3) 実際に物体が円運動し続けるには v_0 に条件が必要である。その条件を求めよ。

★慣性力



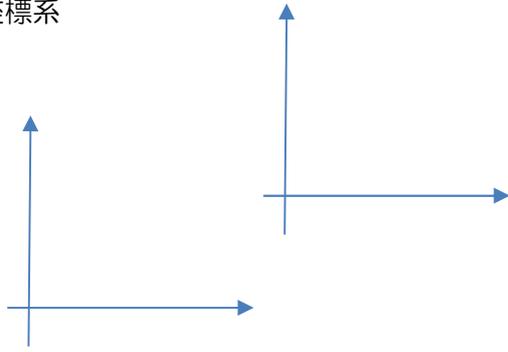
問1 静止している電車が急に動き出したとき、中にいる人はどのようなことを感じるだろうか？また、その理由はなんだろうか？

問2 加速度 \vec{a} で移動している電車から窓の外の静止している物体を見ると、どのような運動しているように見えるか？

問3 加速度 \vec{a} で移動している電車から窓の外で加速度 \vec{a} で運動している物体を見ると、どのように運動しているように見えるか？

○座標変換（座標の取り換え）

①並進座標系

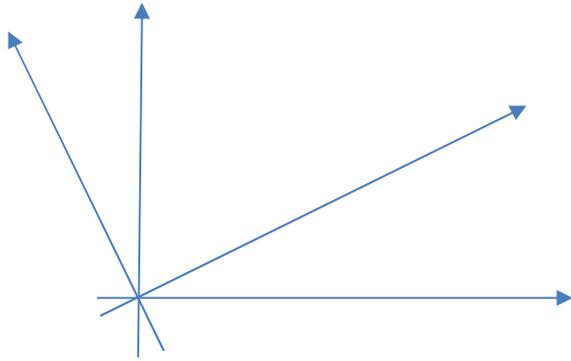


問1 物体に力 \vec{F} がはたらいている。観測者が静止しているときと(K系)、運動しているとき(K'系)で運動方程式をたて、何が違うか比較せよ。

• 慣性系と非慣性系

問2 慣性力が0になる条件を答えよ。

②回転座標系



問 静止座標系 K と、角速度 ω で回転する回転座標系 K' がある。

- (1) K での位置ベクトル $\vec{x} = (x, y)$ を、 K' での位置ベクトル $\vec{x}' = (x', y')$ と ω と t を用いて表せ。
- (2) K で見たとき、 $\vec{x} = (x, y)$ にある物体に、 \vec{F} の力が加わって運動している。この物体を K' からみた運動方程式を考えたい。 K での加速度 $\vec{a} = (a_x, a_y)$ を求めよ。
- (3) $\vec{F} = (F_x, F_y)$ を、 $\forall \vec{F}' = (F'_x, F'_y)$ を用いて表せ。
- (4) (2)、(3) の結果から、 K' での運動方程式を書け。

(発展) 複素数平面や、行列を利用する方法

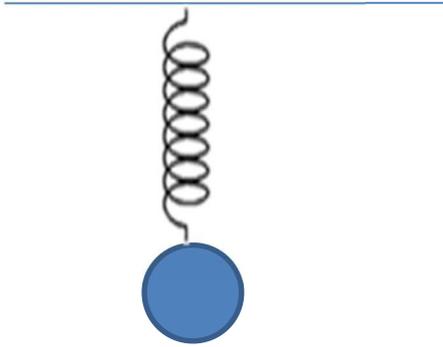
まとめ

○1次元の場合の中心力



問1 常に1次元上で位置 x に比例する中心力がはたらく場合、物体はどのような運動をするだろうか？運動方程式を用いて考えよう。また、その運動を特徴づける物理量はなんだろうか？

問2 図のように、天井からばねがついてぶら下がったおもりがある。このおもりは空気抵抗などを無視すれば、単振動をすることがわかっている。この単振動を1次元上で中心力がはたらく場合の運動と見なす場合、原点の取り方に工夫が必要である。どのような工夫が必要だろうか？またばね定数 k 、おもりの質量を m としたときの角振動数を表せ。

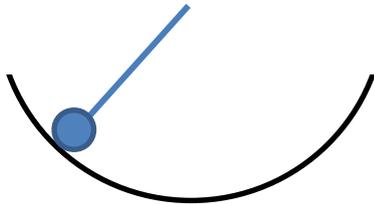


○単振り子

単振り子…もっともシンプルな振り子

振り子の等時性…振幅が小さいときのみ

振幅が小さいとき…直線に近似できる



実験 単振り子

単振り子のパラメーターを変更して、単振り子の角振動数がどのように変化するか考察せよ

道具・方法・変化させるパラメーター

結果・解析

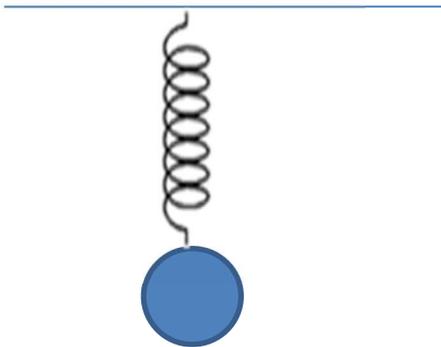
まとめ

○単振動のポテンシャルエネルギー

問1 常に1次元上で位置 x に比例する中心力がはたらいて単振動している。この力に付随する位置エネルギーを求めよ。



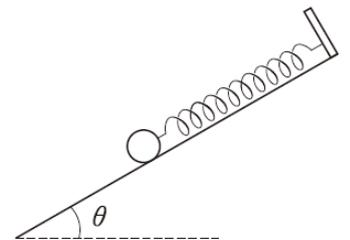
問2 図のように、天井からばねがついてぶら下がったおもりがある。このときの物体の持つ位置エネルギーを求めよ。また、基準をどのようにとると便利になるだろうか？



問3

傾角 θ のなめらかな斜面上で、ばね定数 k のばねに質量 m のおもりをつけ、ばねが自然の長さとなる位置で静かにはなしたところ単振動を始めた。重力加速度の大きさを g とする。

- (1) ばねの伸びの最大値 x はいくらか。
- (2) おもりをはなしてから、ばねの伸びが初めて最大になるまでの時間 t を求めよ。

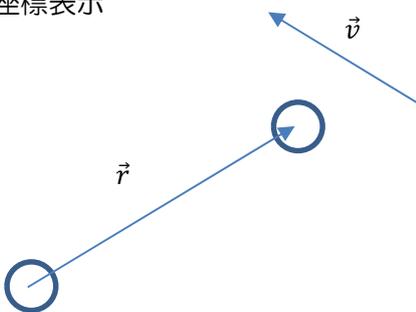


(おまけ)

○有効ポテンシャル

軌道を考えるために、 r の制限を考えたい

• 極座標表示



練習 速度ベクトル \vec{v} を、 r 、 θ で表せ。

問 エネルギー保存則を極座標で表して、 r の制限を考えよう。

(1) 速度 \vec{v} で動く惑星の運動エネルギーを r 、 θ で表せ。

(2) 直交座標で角運動量を計算して、その z 成分極座標 r 、 θ を用いて表せよ。

問3 万有引力によって運動している天体のもつ力学的エネルギー E を r と定数を使って表せ。